
Die Portfoliowertentwicklung des Kinderstartgelds Technische Dokumentation zum Policy Brief 3/2024

Ulrike Malmendier^{*)}

(University of California, Berkeley und Sachverständigenrat zur Begutachtung
der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung)

Matteo Neufing^{**)}

Christian Ochsner^{**)}

Claudia Schaffranka^{**)}

Milena Schwarz^{**)}

(Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung)

Arbeitspapier 04/2024^{***)}
Oktober 2024

*) University of California, Berkeley und Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung,
E-Mail: ulrike@berkeley.edu.

**) Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung,
E-Mail: matteo.neufing@svr-wirtschaft.de; christian.ochsner@svr-wirtschaft.de; claudia.schaffranka@svr-wirtschaft.de;
milena.schwarz@svr-wirtschaft.de.

***) Der Beitrag gibt die persönliche Meinung der Autorinnen und Autoren wieder und nicht notwendigerweise die der angegebenen Institutionen.

Die Portfoliowertentwicklung des Kinderstartgelds

Technische Dokumentation zum Policy Brief
“Ein Kinderstartgeld für Deutschland”

16. Oktober 2024

Ulrike Malmendier, Matteo Neufing, Christian Ochsner, Claudia Schaffranka, Milena
Schwarz

1. Wie hoch ist die Rendite des Kinderstartgeldes?

Das Kinderstartgeld soll die Finanzkompetenz von Kindern und Jugendlichen in Deutschland durch Erfahrungen mit Kapitalmarktanlagen effektiv stärken und somit helfen, langfristig eine Aktienkultur in Deutschland zu etablieren. Wissenschaftliche Studienergebnisse deuten darauf hin, dass Lerneffekte vor allem dann eintreten dürften, wenn positive Renditeerfahrungen mit dem Kinderstartgeld verbunden sind (Malmendier and Nagel, 2011; Foltyn, 2020; Galaasen and Raja, 2024). Der Erfolg des Kinderstartgeldes hängt damit stark von einer langfristig positiven, realen Rendite ab. Das bedeutet, dass die Einzahlungen so investiert werden müssen, dass nach Berücksichtigung des allgemeinen Preisniveaustieges Gewinne erzielt werden können, indem das Verlustrisiko durch eine möglichst breite Diversifizierung reduziert wird. Unsere Untersuchung widmet sich der Frage, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, mit dem Kinderstartgeld positive, reale Renditen zu erzielen.

Die Wertentwicklung der Kinderstartgeldportfolios hängt von den Renditen der Wertpapiere ab, in die investiert wird. Die Renditen von Wertpapieren werden zu jedem Zeitpunkt allerdings nur einmal realisiert. Ihre Schwankungen können somit nur im Zeitverlauf beobachtet werden und nicht innerhalb eines einzelnen Zeitpunktes. Dies macht es schwierig, Unsicherheiten einzelner Periodenrenditen zu bewerten und erschwert es, vor allem bei kurzen Investitionshorizonten, eine Gewinnerwartung zu bilden. Um diese Schwierigkeit zu umgehen und eine realistische Abschätzung der Wertentwicklung des Kinderstartgeldportfolios zu erhalten, nutzen wir Stichprobenwiederholungsverfahren (Horowitz, 2003, 2019). Mithilfe dieser Verfahren lassen sich Renditezeitreihen beliebig oft simulieren. Aus den simulierten Reihen kann auf die Verteilung der Erträge geschlossen werden, was eine Einschätzung der potenziellen Schwankungen und Risiken für einen gegebenen Investitionshorizont ermöglicht.

2. Daten und Modell

Um den Portfoliowert des Kinderstartgeldes zu simulieren, wird ein Zeitreihenmodell spezifiziert. Um die Simulation durchzuführen, sind zwei Komponenten erforderlich: Eine Bewegungsgleichung, die den Verlauf des Portfoliowerts des Kinderstartgeldes beschreibt und Annahmen über die Struktur der Renditezeitreihen, die für die Berechnung der möglichen Wertentwicklungen genutzt werden.

2.1 Daten

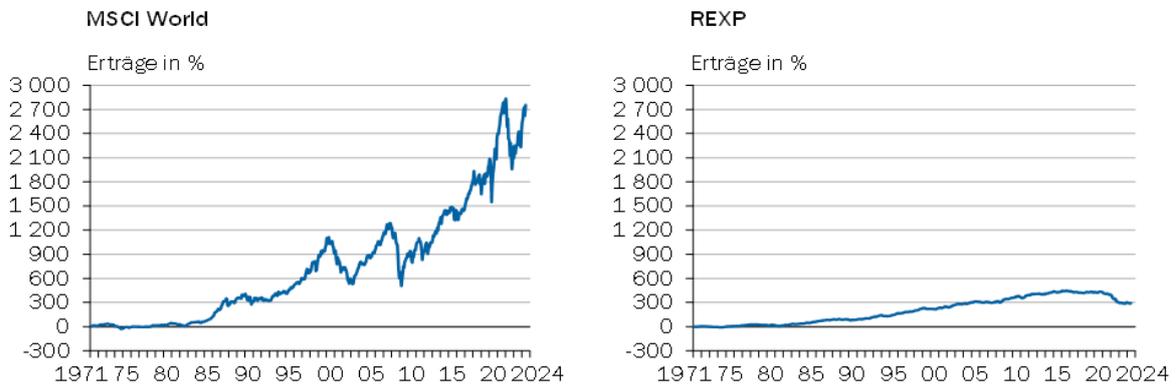
Das Portfolio hat einen Aktien- und eine Anleihebaustein (vgl. Abbildung 1). Zur Simulation eines breit diversifizierten Aktienportfolios wird der MSCI World Net Total Return Index verwendet. Dieser Index ist seit dem Jahr 1969 in Monatsfrequenz verfügbar und umfasst große und mittelgroße Unternehmen aus 23 Ländern der fortgeschrittenen Volkswirtschaften. Für jedes Land werden etwa 85 Prozent der Marktkapitalisierung abgedeckt. Beim Net Total Return Index werden Dividendenzahlungen thesauriert und die Quellensteuer wird abgezogen.

Für die Simulation der Anleihen wird der Deutsche Renten-Performance-Index (REX Performance) der Deutsche Börse verwendet. Der REX-Index wird als gewichteter Durchschnitt aus den Kursen von 30 fiktiven Anleihen mit Kupons von 6%, 7,5% und 9% sowie mit im Zeitablauf unveränderlichen ganzjährigen (Rest-)Laufzeiten von einem bis zehn Jahren berechnet. Der REX-Performance-Index gibt die Wertentwicklung des REX-Portfolios an, in das die Kuponzahlungen unter Beibehaltung der Portfoliostruktur reinvestiert werden.¹ Beide Renditezeitreihen werden mit

¹ Historische REXP Daten wurden von der Bundesbank zur Verfügung gestellt. Aktuelle Daten stammen von der Deutschen Börse.

dem Verbraucherpreisindex inflationsbereinigt. Die annualisierte Rendite (gemessen am annualisierten geometrischen Mittelwert der Monatsrenditen) des MSCI Net Total Return (REXP) beträgt 6,4 % (2,0 %) p.a.

Kumulierte Erträge des MSCI World und des REXP



Quellen: Deutsche Börse, Deutsche Bundesbank, LSEG Datastream, Statistisches Bundesamt, eigene Berechnungen
© Sachverständigenrat | 24-246-01

Abbildung 1: Kumulierte, preisbereinigte Erträge des MSCI World Net Total Return Index (links) und des REX Performance (rechts). Beide Reihen sind mit dem VPI preisbereinigt.

2.2 Berechnung der Portfoliowerte

Der Portfoliowert des Kinderstartgeldes wird von mehreren Schlüsselfaktoren bestimmt: Im Mittelpunkt stehen die Renditen der beiden Wertpapiere, W^1 und W^2 , die das Wachstum der einzelnen Positionen in jeder Periode beeinflussen. Es wird angenommen, dass die Portfoliogewichte g bzw. $(1 - g)$ konstant bleiben, sodass durch ein automatisches Rebalancing in jeder Periode die ursprüngliche Gewichtung gewahrt bleibt. Zusätzlich tragen regelmäßige Einzahlungen E zur kontinuierlichen Erhöhung des investierten Kapitals bei. Somit ergibt sich der Portfoliowert am Ende des Anlagehorizonts h als

$$W_h = E_h + g r_h^1 W_{h-1}^1 + (1 - g) r_h^2 W_{h-1}^2,$$

wobei in jedem 12. Monat der Wert auf den Anteil $W_h(1 - c)$ gesenkt wird, um die laufenden Gesamtkosten in Höhe von 0,2% zu berücksichtigen. Dies entspricht ungefähr den aktuellen Kosten eines in Europa aufgesetzten UCITS Exchange Traded Fund (ETF) auf den MSCI World.

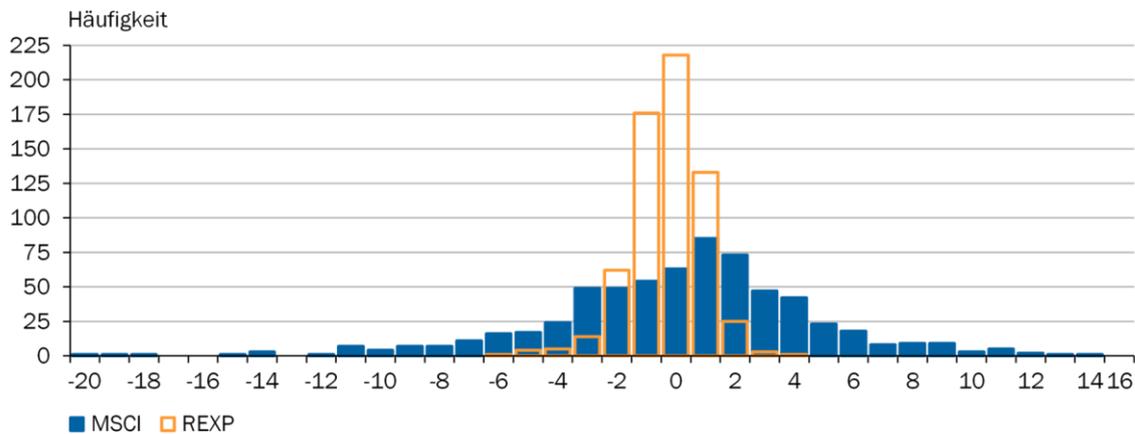
2.3 Renditezeitreihen als Markov-Ketten

Um Stichprobenwiederholungsverfahren anzuwenden, welche die zeitlichen Abhängigkeiten der Renditezeitreihen erfassen, muss der zugrunde liegende stochastische Prozess, der diese Abhängigkeiten steuert, festgelegt werden. Die empirische Literatur zu Renditezeitreihen legt nahe, dass Renditezeitreihen nicht, wie in der theoretischen Literatur oft unterstellt, der zufälligen Irrfahrt (“random walk”), also der Kumulation weißen Rauschens, folgen (McQueen and Thorley, 1991). Empirische Analysen von Renditen auf Finanzmärkten haben weiterhin gezeigt, dass diese nicht normalverteilt sind (siehe z.B. Mandelbrot, 1963; Fama, 1965).

Renditen von Wertpapieren sind außerdem rechtsschief verteilt. Das bedeutet, dass hohe negative Werte häufiger vorkommen als in einer symmetrischen Verteilung (vgl. Abbildung 2, insbes. blaue Balken). Darüber hinaus ist die Varianz von Renditen im Laufe der Zeit nicht konstant, sondern von vorherigen Realisationen abhängig (Moskowitz et al., 2012). In Zeiten von hoher Unsicherheit

über zukünftige Erträge kann die Renditevolatilität somit über längere Zeit erhöht sein. Daher kann bei der Simulation von zukünftigen Renditen nicht vom letzten Ereignis unabhängig aus der empirischen Renditeverteilung gezogen werden.

Histogramm der realen monatlichen Renditen



Quellen: LSEG Datastream, Deutsche Börse, Deutsche Bundesbank, Statistisches Bundesamt, eigene Berechnungen
 © Sachverständigenrat | 24-275-01

Abbildung 2: Histogramm der realen monatlichen Renditen des MSCI World Net Total Return Index und des REX Performance. Beide Reihen sind mit dem VPI preisbereinigt.

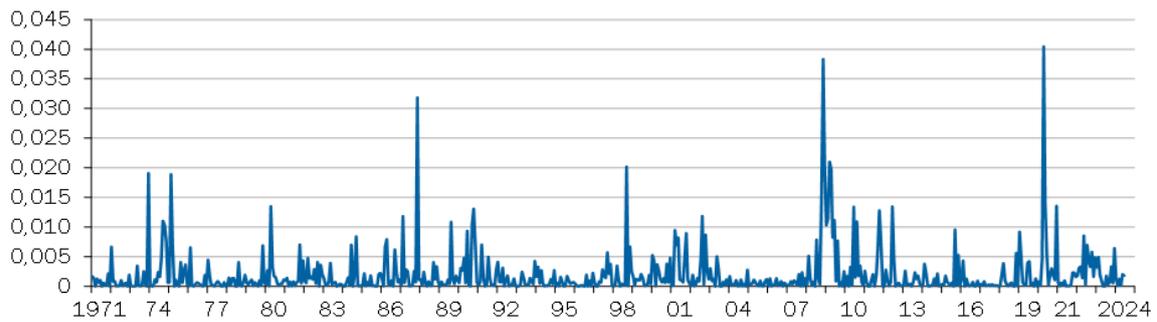
Nach dem Vorbild von Bucher-Koenen et al. (2019) fassen wir Renditezeitreihen als Markov-Ketten auf. Bei einer Markov-Kette handelt es sich um einen zeitdiskreten stochastischen Prozess mit K disjunkten Zuständen $S = \{s_1, \dots, s_K\}$, wobei der Zustand n auf den Zustand m mit der Wahrscheinlichkeit a_{mn} folgt. Diese Übergangswahrscheinlichkeiten werden in der Matrix A zusammengefasst, wobei der Index m auf die Zeilen und der Index n auf die Spalten referiert (somit summieren sich die Zeilen jeweils auf eins).² Im Gegensatz zu anderen stochastischen Prozessen, die temporale Abhängigkeiten berücksichtigen, wird im Falle einfacher Markov-Ketten die Markov-Eigenschaft unterstellt, d.h., dass der nächste Wert in einer Zeitreihe nur vom aktuellen Wert abhängt.

Die Zeitreihe des MSCI Net Total Return wird in $K=7$ Zustände s_k unterteilt, die jeweils die Beobachtungen zwischen dem Minimum und dem 1 % Quantil, dem 1 % Quantil und dem 5 % Quantil sowie dem 5 % Quantil und dem 25 % Quantil (Einteilung analog für die Quantile rechts des Medians) der Varianz der Reihe (Abbildung 3) definiert werden.³ Diese Einteilung soll der Beobachtung gerechnet werden, dass Wertpapierrenditen eine schwankende Volatilität aufweisen und zwischen den einzelnen Zuständen der Volatilität oft temporale Abhängigkeit besteht.

² Die Parameter der Markov-Kette werden mithilfe des Maximum-Likelihood-Verfahrens im R-Paket markovchain (Spedicato, 2023) geschätzt.

³ Die Anzahl der Zustände wird zum Zwecke der Parametersparsamkeit auf sieben beschränkt - hinreichend Zustände, um die "fat tails" der Verteilung abzubilden.

Varianz des MSCI Net Total Return



Quellen: LSEG Datastream, eigene Berechnungen
© Sachverständigenrat | 24-247-01

Abbildung 3: Empirische Varianz der Monatserträge des MSCI Net Total Return.

2.4. Markov-Bootstrap

Ein Bootstrap ist ein statistisches Verfahren, mit dem die Verteilung einer Zufallsvariable durch wiederholtes Ziehen von Stichproben aus den vorhandenen Daten oder einem darauf basierenden Modell geschätzt wird (Horowitz, 2019). Eine besondere Variante ist der Markov-Bootstrap, der für Zeitreihen mit temporalen Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Beobachtungen besonders geeignet ist (Horowitz, 2003; Moskowitz et al., 2012). Durch die Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeiten liefert er realistischere Schätzungen als Verfahren, die diese nicht modellieren.

Beim Markov-Bootstrap wird zunächst ein Initialzustand festgelegt. Anschließend wird der nächste Datenpunkt auf Grundlage der Übergangswahrscheinlichkeit, also der Wahrscheinlichkeit eines Übergangs, von einem Zustand zum nächsten ausgewählt. Dadurch entsteht eine neue, simulierte Zeitreihe, die die zeitliche Abhängigkeitsstruktur der Originaldaten beibehält. Dieser Prozess wird mehrfach wiederholt, um viele solcher Zeitreihen zu erzeugen, aus denen Teststatistiken oder Konfidenzintervalle berechnet werden können. Der von uns eingesetzte Markov-Bootstrap iteriert mit $i = 1, \dots, N$, $N = 100.000$ Wiederholungen über die folgenden Schritte.

1. **Initialisierung:** Mit gleicher Wahrscheinlichkeit wird der Zustand s_h in Horizont $h = 0$ aus allen möglichen Zuständen gezogen.
2. **Fortschreibung und Berechnung der Portfoliowerte:**
 - a. Für alle $h \in \{1, \dots, H\}$ wird basierend auf der Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten A und dem Zustand in s_{h-1} der Zustand s_h bestimmt.
 - b. Basierend auf dem Zustand s_h wird mit gleicher Wahrscheinlichkeit ein Zeitpunkt $t^{s=s_h}$ aus der Menge aller dem Zustand zugeordneter Zeitpunkte gezogen.
 - c. Die dem Zeitpunkt t zugeordneten Renditen $r_t = (r_t^{MSCI}, r_t^{REX})$ werden in die simulierte Renditezeitreihe im Horizont h eingesetzt.
 - d. Für jeden Horizont h wird der Portfoliowert gemäß Gleichung (1) bestimmt.
3. **Ablage:** Die simulierte Reihe wird in Spalte i der $h \times N$ Matrix R zugeordnet.

Die Matrix R enthält nach Abschluss des Verfahrens die N Ziehungen umfassende Stichprobe, auf deren Grundlage dann die Quantile von Interesse berechnet werden können.

3. Ergebnisse

Abbildung A1 zeigt Portfoliowertverläufe für Portfolios mit 50 %, 75 % und 100 % Aktienanteil.⁴ Die durchgezogenen Linien zeigen die Mediane der simulierten Portfoliowerte. Die schattierten Bereiche enthalten 90% der simulierten Portfoliowertentwicklungen, vom 5 % bis 95 % Quantil. Mit zunehmender Anlagedauer zeigt sich, dass eine Anlage mit höherem Aktienanteil im Median zu höheren Renditen führt, aber gleichzeitig die Streuung der möglichen Verläufe zunimmt. Dabei steigt die Spanne der Portfoliowerte der verschiedenen Aktien-Anleihen-Kombinationen mit der Länge des Anlagehorizontes und dem Aktienanteil.

Im Median wird nach 12 Jahren mit einem 100 % Aktienanteil ein Portfoliowert erreicht, der 13 % höher ist als bei einem Aktienanteil von 50 % (Tabelle A2). Nach 45 Jahren steigt die Differenz auf 66 %. Die Streuung der möglichen Portfoliowerte steigt mit der Anlagedauer ebenfalls und zeigt die Chancen und Risiken auf. In den schlechtesten 5 % der simulierten Fälle liegt der Portfoliowert nach 12 Jahren bei einem Aktienanteil von 100 % mindestens 16 % unter dem Wert bei einem Aktienanteil von 50 %. In den 5 % der besten simulierten Fälle liegt der Portfoliowert mindestens 50 % darüber.

Mit der Anlagedauer nehmen zudem die Verlustwahrscheinlichkeiten gegenüber den nominalen Einzahlungen ab (Tabelle A3). Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Portfolio mit einem Aktienanteil von 100 % weniger als der nominale Einzahlungsbetrag beträgt, liegt nach einem Anlagehorizont von 25 Jahren bei etwa 2 % und nach 45 Jahren deutlich unter 1 %.

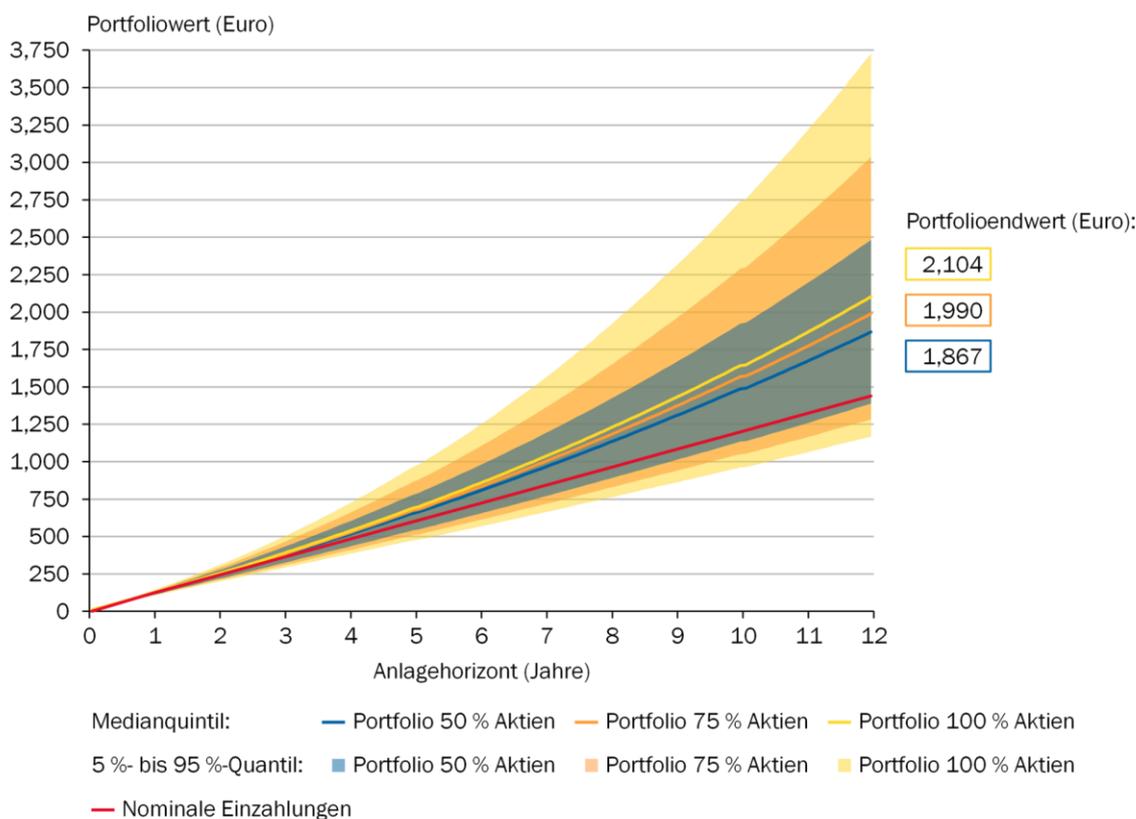
⁴ Simulationen sind lediglich Annäherungen an die Realität. Kapitalanlagen sind mit Risiken behaftet und nicht alle Risiken können vollständig in Simulationen abgebildet werden. Auch beim Kinderstartgeld besteht das Risiko eines Verlustes des gesamten eingesetzten Kapitals.

Literaturnachweise

- Bucher-Koenen, T., J. Riedler and M. Weber (2019), Kapitalanlage eines staatlich organisierten Altersvorsorgefonds, ZEW Gutachten für den Verbraucherzentrale Bundesverband (vzbv), ZEW – Leibniz Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung, Mannheim.
- Fama, E.F. (1965), The Behavior of Stock-Market Prices, *The Journal of Business* 38 (1), 34–105.
- Foltyn, R. (2020), Experience-based learning, stock market participation and portfolio choice, SSRN Scholarly Paper 3543442, Social Science Research Network, Rochester, NY.
- Galaasen, S.M. and A. Raja (2024), The dynamics of stock market participation, SSRN Scholarly Paper 4711620, Social Science Research Network, Rochester, NY.
- Horowitz, J.L. (2019), Bootstrap Methods in Econometrics, *Annual Review of Economics* 11 (Volume 11, 2019), 193–224.
- Horowitz, J.L. (2003), Bootstrap Methods for Markov Processes, *Econometrica* 71 (4), 1049–1082.
- Malmendier, U. and S. Nagel (2011), Depression babies: Do macroeconomic experiences affect risk taking?, *Quarterly Journal of Economics* 126 (1), 373–416.
- Mandelbrot, B. (1963), The Variation of Certain Speculative Prices, *The Journal of Business* 36.
- McQueen, G. and S. Thorley (1991), Are Stock Returns Predictable? A Test Using Markov Chains, *The Journal of Finance* 46 (1), 239–263.
- Moskowitz, T.J., Y.H. Ooi and L.H. Pedersen (2012), Time series momentum, *Journal of Financial Economics* 104 (2), 228–250.

Anhang

Simulierte Portfoliowerte nach Anlagehorizont und Aktienanteil¹



1 – Basierend auf 100 000 Iterationen eines Markov-Bootstraps. Durchgezogene Linien entsprechen dem Medianquantil des simulierten Portfolios, farblich hinterlegte Bereiche entsprechen 90 % der Masse aller simulierten Portfoliowerte. Der Anteil des Portfolios, der nicht in Aktien investiert wird, wird in Anleihen angelegt. Für die Aktienrenditen wurde der MSCI World zugrunde gelegt, für Anleihen der REXP.

Quellen: Deutsche Börse, Deutsche Bundesbank, LSEG Datastream, Statistisches Bundesamt, eigene Berechnungen
© Sachverständigenrat | 24-214-03

Abbildung A1: Medianportfoliowerte in Abhängigkeit von Anlagehorizont und Aktienanteil.

Quantile der realen Portfoliowerte mit einem Aktienanteil von 50%, 75% und 100%¹

Anlagehorizont (Jahre)	Quantil der Portfoliowerte Aktienanteil von 50 %						
	5 %-Q.	10 %-Q.	25 %-Q.	50 %-Q.	75 %-Q.	90 %-Q.	95 %-Q.
1	109	111	116	120	124	127	129
5	542	568	610	657	706	752	782
12	1 388	1 486	1 659	1 867	2 100	2 332	2 482
25	3 526	3 898	4 600	5 519	6 618	7 802	8 617
45	9 417	10 869	13 769	17 950	23 433	29 841	34 511
Anlagehorizont (Jahre)	Quantil der Portfoliowerte Aktienanteil von 75 %						
	5 %-Q.	10 %-Q.	25 %-Q.	50 %-Q.	75 %-Q.	90 %-Q.	95 %-Q.
1	106	110	115	121	126	131	134
5	510	546	606	675	749	821	867
12	1 282	1 419	1 671	1 990	2 366	2 766	3 036
25	3 247	3 767	4 834	6 344	8 348	10 694	12 441
45	8 929	11 051	15 786	23 571	35 392	51 267	64 010
Anlagehorizont (Jahre)	Quantil der Portfoliowerte Aktienanteil von 100 %						
	5 %-Q.	10 %-Q.	25 %-Q.	50 %-Q.	75 %-Q.	90 %-Q.	95 %-Q.
1	103	108	114	121	128	134	138
5	476	521	598	691	793	897	966
12	1 169	1 337	1 663	2 104	2 658	3 285	3 726
25	2 913	3 547	4 952	7 161	10 412	14 659	18 032
45	8 016	10 691	17 296	29 819	52 248	86 732	117 894

1 – Basierend auf 100 000 Iterationen eines Markov-Bootstraps. Simulationen sind lediglich Annäherungen an die Realität. Kapitalanlagen sind mit Risiken behaftet und nicht alle Risiken können vollständig in Simulationen abgebildet werden. Auch beim Kinderstartgeld besteht das Risiko eines Verlustes des gesamten eingesetzten Kapitals.

Quellen: Deutsche Börse, Deutsche Bundesbank, LSEG Datastream, Statistisches Bundesamt, eigene Berechnungen
© Sachverständigenrat | 24-248-02

Tabelle A2: Portfoliowerte in Abhängigkeit von Anlagehorizont und Aktienanteil.

Die Wahrscheinlichkeit¹, dass der Portfoliowert² mit einem hohen Aktienanteil niedriger liegt als die Summe der eingezahlten Beiträge, sinkt stark mit der Anlagedauer

Anlagehorizont (Jahre)	Aktienanteil		
	100 %	75 %	50 %
1	24 %	20 %	15 %
5	14 %	10 %	6 %
12	7 %	4 %	1 %
25	2 %	< 1 %	< 1 %
45	< 1 %	< 1 %	< 1 %

1 – Simulationen sind lediglich Annäherungen an die Realität. Kapitalanlagen sind mit Risiken behaftet und nicht alle Risiken können vollständig in Simulationen abgebildet werden. Auch beim Kinderstartgeld besteht das Risiko eines Verlustes des gesamten eingesetzten Kapitals. 2 – Basierend auf 100 000 Iterationen eines Markov-Bootstraps. Einzahlungsbeträge werden mit 2 % Inflation jährlich abdiskontiert.

Quellen: Deutsche Börse, Deutsche Bundesbank, LSEG Datastream, Statistisches Bundesamt, eigene Berechnungen
© Sachverständigenrat | 24-225-02

Tabelle A3: Wahrscheinlichkeit, eine geringeren Portfoliowert als die investierten Einzahlungen zu erzielen (nominaler Verlust).